МБОУ «Шлиссельбургская средняя общеобразовательная школа №1 с углубленным изучением отдельных предметов»

**Проектная работа**

**«**Подготовка к ЕГЭ.

**Решение задач с «экономическим содержанием» (№19)»**

 Ламанцева Нина Михайловна,

 учитель математики высшей

 квалификационной категории

Г. Шлиссельбург

Ленинградская область

2016 год

Подготовка к ЕГЭ

**Решение задач с «экономическим содержанием» (№19)**

I **Задача**: Взят кредит (К), через определенный промежуток времени на него начисляется процент (П), после чего клиент производит платеж (Х). Выплаты производятся **равными платежами** несколько раз (n). Каков этот платеж?

Решение:

1)Через первый промежуток времени:

К+0,01П\*К=(1+0,01П)\*К-новый долг

(1+0,01П)\*К-Х=$К\_{1}$-оставшийся долг после первой выплаты.

2)Через второй промежуток времени:

$К\_{1}$+0,01П\*$К\_{1}$=(1+0,01П)\*$К\_{1}$-новый долг

(1+0,01П)\*$К\_{1}$-Х=$К\_{2}$-оставшийся долг после второй выплаты.

3)Аналогично через третий промежуток:

(1+0,01П)\*$К\_{2}$-Х=$К\_{3}$-оставшийся долг

Пусть долг был выплачен тремя равными платежами, тогда

 $К\_{3}$=0

Обозначим для удобства: 1+0,01П=р

р(р$К\_{1}$-Х)-Х=0

$р^{2}К\_{1}$-рХ-Х=0

$р^{2}$(рК-Х)-рХ-Х=0

$р^{3}$К-$р^{2}$Х-рХ-Х=0

Х($р^{2}$+р+1)=$р^{3}К$

**Х=**$\frac{р^{3}К}{р^{2}+р+1}$

Аналогично, если произведено **n равных платежей**, то

**Х=**$\frac{р^{n}К}{р^{n-1}+р^{n-2}+р^{n-3}+…+р+1}$

**№1.** 31 декабря Иван Иванович взял в банке 4290000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая-31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 14,5%), затем Иван Иванович переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы долг был выплачен **двумя равными платежами** (т.е. за два года)?

**Решение:**

К=4290000; П=14,5; n=2

Х=$\frac{р^{2}К}{р+1}$; р=1+0,01\*14,5=1,145

Х=$\frac{1,145^{2}\*4290000}{2,145}=\frac{1145\*1145\*4290}{2145}=\frac{1145\*1145\*2}{1}=2622050$

**Ответ:** платеж составляет 2622050 рублей.

**№2.** декабря Сергей взял в банке 6944000 рублей в кредит под 12,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая-31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 12,5%), затем Иван Иванович переводит в банк Х рублей. Какой должна быть сумма Х, чтобы долг был выплачен **тремя равными платежами** (т.е. за три года)?

**Решение:**

К=6944000; П=12,5; n=3

**Х=**$\frac{р^{3}К}{р^{2}+р+1}$**;** р=1+0,01\*12,5=1,125

Х=$\frac{1,125\*1,125\*1,125\*6944000}{1,125^{2}+1,125+1}=\frac{1125\*1125\*1125\*6944}{3390625}=\frac{45\*45\*45\*6944}{217}=45\*45\*45\*32=2916000$

**Ответ:** платеж составляет $2916000 $рублей.

**№3.** 31 декабря Владимир взял в банке некоторую сумму в кредит под 14% годовых. Схема выплаты кредита следующая-31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т.е. увеличивает долг на 14%), затем Владимир переводит в банк 4548600 рублей. Какую сумму взял Владимир в банке, если он выплатил долг **двумя равными платежами?**

**Решение:**

К=?; П=14; n=2; Х=4548600

Х=$\frac{р^{2}К}{р+1}$; р=1+0,01\*14=1,14

К=$\frac{Х\*(р+1)}{р^{2}}$

К=$\frac{4548600\*2,14}{1,14\*1,14}=\frac{4548600\*214\*100}{114\*114}=7490000$

**Ответ:** сумма, взятая в банке, составляет 7490000 рублей.

II **Задача**: Взят кредит (К), через определенный промежуток времени на него начисляется процент (П), после чего клиент производит платеж . Выплаты производятся не обязательно равными платежами несколько раз (n), но известно, что **каждый платеж не более, чем Х.** Каково **минимальное количество таких платежей**?

**Решение:**

1)Если бы на кредит не начислялись проценты, то количество платежей, каждый из которых равен максимально возможному числу(Х), равно $\frac{К}{Х}$, следовательно искомое количество платежей n>$ \frac{К}{Х}$.

2)После каждой очередной выплаты долг уменьшается ($К\_{1}$<К, $К\_{2 }$<$К\_{1}$ и т.д.), следовательно каждое очередное увеличение долга за счет процентов не более, чем 0,01П\*К, а значит за n платежей выплаченная сумма не более, чем 0,01П\*К\*n.

**№4.** 1 января 2015 года Александр взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая-1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Александр переводит в банк платеж. **На какое минимальное количество месяцев** Александр может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были **не более 275 тыс. рублей?**

**Решение:**

1) Если бы на кредит не начислялись проценты, то

1100000:275000=4 (мес.)

Значит количество платежей **n>4.**

2)ежемесячное начисление процентов составляет не более, чем

0,01\*1100000=11000 (руб.)

3) **Пусть n=5**

1100000+11000\*5=1100000+55000=1155000(руб.) всего выплачено за 5 месяцев.

275000\*5=1375000 (руб.)

**1155000<1375000,** значит Александр сможет выплатить кредит за 5 месяцев.

**Ответ**: минимальное количество месяцев-5.

**№5.**Степан хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме , может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Степан взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 290 тысяч рублей?

**Решение**:

1) Если бы на кредит не начислялись проценты, то

1200000:290000=4 (ост.40000)

Значит количество платежей **n>4.**

2)ежемесячное начисление процентов составляет не более, чем

0,1\*1200000=120000 (руб.)

3) Пусть n=5

1200000+120000\*5=1800000 (руб.) Значит должно быть выплачено не более 1800000 руб.

290000\*5=1450000 (руб.)

1450000 не больше 1800000, следовательно нет уверенности в том, что за 5 лет кредит будет выплачен.

Можно сосчитать, сколько рублей будет выплачено за 5 лет и сделать вывод, сколько лет еще необходимо:

1)1,1\*1,2-0,29=1,03 (руб.) оставшийся долг после 1-го года

2)1,1\*1,03-0,29=0,843 (руб.) оставшийся долг после 2-го года

3)1,1\*0,843-0,29=0,6373 (руб.) оставшийся долг после 3-го года

4)1,1\*0,6373-0,29=0,41103 (руб.) оставшийся долг после 4-го года

5)1,1\*0,41103-0,29=0,162133 (руб.) оставшийся долг после 5-го года

0,162133<0,29, значит необходимо **6 лет** для выплаты кредита.

**Ответ:** 6 лет.

**№6.** 1 января 2015 года Алексей взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая-1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 2% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 2%), затем Алексей переводит в банк платеж. **На какое минимальное количество месяцев** Алексей может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были **не более 220 тыс. рублей?**

**Решение:**

1) Если бы на кредит не начислялись проценты, то

1100000:220000=5 (мес.)

Значит количество платежей **n>5.**

2)ежемесячное начисление процентов составляет не более, чем

0,02\*1100000=22000 (руб.)

3) **Пусть n=6**

1100000+22000\*6=1100000+132000=1232000(руб.) всего выплатить за 6 месяцев.

220000\*6=1320000 (руб.)

**1232000<1320000,** значит Алексей сможет выплатить кредит за 6 месяцев.

**Ответ**: минимальное количество месяцев-6.

**№7**. 1 января 2015 года Василий Михайлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая-1 числа каждого следующего месяца банк начисляет 1% на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 1%), затем Василий Михайлович переводит в банк платеж. **На какое минимальное количество месяцев** Василий Михайлович может взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты были **не более 137, 5 тыс. рублей?**

**Решение:**

1) Если бы на кредит не начислялись проценты, то

1100000:137500=8 (мес.)

Значит количество платежей **n>8.**

2)ежемесячное начисление процентов составляет не более, чем

0,01\*1100000=11000 (руб.)

3) **Пусть n=9**

1100000+11000\*9=1100000+99000=1199000(руб.) всего выплатить за 9 месяцев.

137500\*9=1237500 (руб.)

1199000**<**1237500, значит Василий Михайлович сможет выплатить кредит за 9 месяцев.

**Ответ**: минимальное количество месяцев-9.